

Рецензія

кандідата фізико-математичних наук

Бойко Ольги Павлівни

на кваліфікаційну наукову працю

Дудко Анастасії Ігорівни

«Скінченновимірні спектральні задачі на графах»

представлену на здобуття наукового ступеня доктора філософії
зі спеціальності 111 Математика.

Актуальність теми

В наш час бурхливо розвивається теорія диференціальних та різницевих рівнянь на графах, що вивчає крайові задачі, породжені диференціальними рівняннями квантової механіки (рівнянням Шрьодінгера, Штурма-Ліувілля та Дірака), та споріднена з нею теорія скінченно-вимірних спектральних задач на графах, породжених рівняннями стільсьєсівських струн. Це пов'язано із тим, що квантові графи використовуються у синтезі квантових мікросхем, при дослідженні фотонних кристалів, а скінченно-вимірні спектральні задачі на графах – у синтезі електричних ланцюгів. Головна увага у вказаних теоріях приділяється дослідженню спектральних характеристик крайових задач, породжених диференціальними рівняннями квантової механіки і різницевими рівняннями теорії механічних коливань, насамперед – розташуванню власних значень та їх можливим кратностями. Значний крок у цьому напрямку був зроблений у роботах В. М. Пивоварчика і С. Tretter (2013, 2015) для окремих видів графів та спектральних задач на них. Але цими результатами, звісно, не вичерпується різноманіття задач, які виникають в цій області, так як існує різноманіття графів, а також крайові умови та умови у внутрішніх вершинах бувають різні в різних фізичних ситуаціях. Отже, дисертаційне дослідження А. І. Дудко «Скінченновимірні спектральні задачі на графах», де розглянуті задачі для різних класів графів (P_3 , зіркові графи, дерева, циклічно зв'язні графи) з різними крайовими умовами (Неймана та Діріхле) є актуальним.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами

Дисертаційне дослідження виконано відповідно до плану науково-дослідної роботи кафедри вищої математики і статистики фізико-математичного факультету Державного закладу "Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського" та здійснено в межах науково-дослідної роботи за темами:

1. "Скінченновимірна та нескінченновимірна теорія операторів та операторних в'язок на графах", з 2018 р. по теперешній час, державний реєстраційний номер 01119U002030;
2. "Скінченновимірні та нескінченновимірні демпфовані системи " (2018 р., державний реєстраційний номер 0114U000006).

Найбільш істотні наукові результати, що містяться в дисертації

На мій погляд, найбільш істотним результатом є встановлення взаємозв'язку між спектром задачі на зірковому графі, який складається з трьох стільтьєсівських струн, з умовами Діріхле на всяких вершинах (перша), спектром задачі на одному з ребер цього зіркового графу із умовою Діріхле на лівому кінці і Неймана на правому (друга задача) та спектром задачі на об'єднанні другого і третього ребер з умовами Діріхле на кінцях (третья задача). Цей зв'язок полягає у нестрогому чергуванні власних значень першої з цих задач та елементами об'єднання множин власних значень другої та третьої з цих задач.

Другим досягненням цієї дисертації є знаходження умов на дві числові послідовності, достатні для того, щоб вони були спектрами задач Діріхле і Неймана на зірковому графі з довільною кількістю ребер і коренем у всякій вершині для випадку, коли кількості точкових мас на ребрах задані.

Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій, сформульованих у дисертації, опублікованих працях

Дисертація А. І. Дудко містить нові математично обґрунтовані результати. Всі твердження (теореми, леми і т.д.) строго доведені.

Оцінка змісту та завершеності дисертації

У другому розділі розв'язана пряма задача, тобто описаний спектр коливань стільтьєсівської струни з вільними кінцями (умови Неймана на обох кінцях) та порівняні спектр відповідної спектральної задачі зі спектрами задач, що описують коливання цієї ж струни з вільними кінцями і фіксованою проміжною точкою. Розв'язана відповідна обернена задача, тобто задача відновлення даних стільтьєсівської струни за відомими: спектром коливань цієї струни з вільними кінцями (умова Неймана на обох кінцях, спектром коливань лівої частини цієї струни з лівим кінцем вільним (умова Неймана), а правим – закріпленим (умова Діріхле), спектром коливань правої частини струни з правим вільним (умова Неймана), а лівим – закріпленим (умова Діріхле) та загальними масами на частинах струни.

У третьому розділі встановлений взаємозв'язок між спектром задачі на зірковому графі, який складається з трьох стільтьєсівських струн, спектром задачі на одному з ребер цього зіркового графу та спектром задачі на об'єднанні другого і третього ребер. Цей зв'язок полягає у нестрогому чергуванні власних значень цих трьох задач. Розв'язана також відповідна обернена задача.

У четвертому розділі розв'язана обернена задача відновлення величин точкових мас довжин інтервалів між ними, виходячи зі спектрів двох задач (з умовами Неймана та Діріхле у корені, котрий є висячою вершиною) для випадку, коли кількості мас на ребрах задані. Знайдені

умови на дві числові послідовності, необхідні і достатні для того, щоб вони були спектрами задач Діріхле та Неймана.

У п'ятому розділі розв'язана обернена задача для дерева, яке складається зі стільтьєсівських струн. При цьому припускалась можливість існування точкових мас у внутрішніх вершинах дерева.

У шостому розділі описані коливання графу усіченого ікосаедра, ребрами якого є однакові стільтьєсівські струни. Такий граф є циклічно зв'язним. Показано, що саме у випадку однакових струн на ребрах існують власні значення максимальної можливої кратності, яка на 1 більша за цикломатичне число графа.

Діскусійні положення та зауваження до змісту дисертації

Позитивно оцінюючи результати дисертаційної роботи, маю висловити деякі зауваження:

1. У розділі 4 в якості спектрального параметра фігурує параметр λ^2 в той час як у розділах 2 та 3 фігурує параметр z . Звісно, авторка зазначає на початку 2-го розділу, що $z=\lambda^2$, але для читача краще було б, якби у всіх розділах фігурував би z (або λ^2).
2. Як відмічає авторка, рівняння поперечних коливань стільтьєсівської струни з математичної точки зору ні чим не відрізняються від рівнянь поздовжних коливань ланцюга точкових мас, з'єднаних пружинами. Слід було б детальніше зупинитись на цьому у відповідному розділі. Всі наведені зауваження аж ніяк не впливають на позитивну оцінку дисертації.

Повнота викладу основних результатів дисертації у наукових виданнях

Про обґрунтованість наукових результатів дослідження А. І. Дудко свідчить повнота опублікування основних положень дисертації у 7 публікаціях, з яких 1 стаття у науковому фаховому виданні України, 3 – у

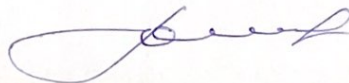
виданнях, що входять до наукометричної бази Scopus, 1 – переклад на англійську мову якої входить до бази Scopus з кварталем Q2, 2 - апробаційного характеру.

Висновок про відповідність кваліфікаційної наукової праці чинним вимогам.

Дисертаційна робота «Скінченновимірні спектральні задачі на графах» є завершеною науковою працею, в якій автором отримано нові науково обгрунтовані результати, які розв'язують конкретне наукове завдання, що має значення для розвитку різницевих рівнянь на графах.

Дисертаційна робота «Скінченновимірні спектральні задачі на графах» відповідає чинним вимогам п.п. 6, 7, 8, 11 2 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженому Постановою Кабінету Міністрів України від 14 січня 2022 року N 44, а її автор Анастасія Ігорівна Дудко заслуговує на присудження ступеня доктора філософії зі спеціальності 111 Математика.

Рецензент:
кандидат
фізико-математичних наук



Ольга БОЙКО

